**Условие лабораторной работы**

Реализовать ПФЭ и ДФЭ на имитационной модели функционирования СМО.

Составить матрицу планирования для проведения ПФЭ для СМО с двумя генераторами заявок (в исходную СМО добавить второй генератор).

Интервалы варьирования факторов выбрать на основе результатов лабораторной работы №1, в рамках которой исследовались зависимости выходной величины (среднего времени ожидания (пребывания) от входных параметров (интенсивность поступления, интенсивность обслуживания).

По результатам ПФЭ вычислить коэффициенты линейной и частично нелинейной регрессионной зависимости.

Составить матрицу планирования ДФЭ. Провести ДФЭ. Рассчитать коэффициенты линейной и частично нелинейной регрессионной зависимости.

**Теоретическая часть**

**1. Распределения**

**1.1. Равномерное распределение**

Случайная величина имеет равномерное распределение на отрезке , где , если её плотность распределения имеет следующий вид:

Интегрируя функцию плотности распределения, можно получить соответствующую её функцию распределения:

**2. Понятия планирования эксперимента**

Эксперимент – система операции, воздействий и (или) наблюдений, направленных на получение информации об объекте при исследовательских испытаниях.

Опыт – воспроизведение исследуемого явления в определённых условиях проведения эксперимента при возможности регистрации его результатов.

План эксперимента – совокупность данных, определяющих число, условия и порядок реализации опытов.

Планирование эксперимента – выбор плана эксперимента, удовлетворяющего заданным требованиям.

Фактор – переменная величина, по предположению влияющая на результаты эксперимента.

Отклик – наблюдаемая случайная переменная, по предположению зависящая от факторов.

Функция отклика – зависимость математического ожидания отклика от факторов. Значение наблюдаемой переменной, полученное в ходе эксперимента, складываются из функции отклика и погрешности значения, полученного в результате эксперимента:

где – функция отклика, – ошибка эксперимента.

Планирование эксперимента позволяет строить регрессионную модель и предсказать результаты будущих экспериментов в точке факторного пространства – пространства, координатные оси которого соответствуют значениям факторов.

**3. Полный факторный эксперимент (ПФЭ)**

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) – эксперимент, в котором уровни каждого фактора комбинируются со всеми возможными уровнями других факторов.

Пусть задано факторов. Тогда общее количество экспериментов:

где – количество экспериментов в ПФЭ, – количество уровней -ого фактора.

План эксперимента симметричный, если все факторы имеют одинаковое количество уровней, то есть

Для линейной модели при проведении ПФЭ требуется следующее количество опытов:

где – количество уровней варьирования каждого фактора, – количество факторов.

Каждый из факторов варьируется на одном из двух уровней:

1. максимальное значение (+1);
2. минимальное значение (-1).

При проведении ПФЭ формируется матрица планирования. Она должна обладать следующими свойствами:

1. симметричность центрального плана – точки факторного пространства размещаются симметрично относительно центра плана, кроме нулевого столбца:
2. для нулевого столбца:
3. условие нормировки:
4. взаимная ортогональность столбцов – произведение двух любых столбцов матрицы планирования равно нулю:

Модель в ПФЭ можно представить через линейное уравнение вида

и через частично нелинейное уравнение вида

где соответствует значению выходной величины в центре плана, – изменение значения выходной величины при изменении i-го фактора с до (значение фактора на выходную величину).

**4. Дробный факторный эксперимент (ДФЭ)**

При большом числе факторов проведение опытов ПФЭ затратно, поэтому если не требуется определение всех коэффициентов неполного квадратичного полинома, то можно перейти дробному факторному эксперименту – части полного факторного эксперимента, которая помогает сократить количество уравнений, необходимых для нахождения коэффициентов.

Построение плана ДФЭ происходит аналогично построению плана ПФЭ, но варьирование факторов происходит с учётом сохранения свойства ортогональности плана. Аналогично ПФЭ, чтобы выполнялось свойство ортогональности столбцов, необходимо, чтобы сумма элементов каждого из оставленных столбцов равнялась нулю.

При составлении плана ДФЭ необходимо учитывать, что количество уравнений сокращается, следовательно, не все коэффициенты можно определить из получаемой системы уравнений. Поскольку необходимы коэффициенты при самих факторах, приходится пренебречь коэффициентами при нелинейных членах (при взаимодействии факторов). Для этого необходимо определить те взаимодействия факторов, которые являются незначимыми (коэффициенты при них фактически будут равны нулю). Такие взаимодействия будут рассматриваться как фиктивные факторы.

При работе с ДФЭ используется генерирующее соотношение – соотношение, которое показывает, какое из взаимодействий принято незначимым и заменено новым фиктивным фактором. На основе генерирующего соотношения производится варьирование оставшихся факторов, чтобы сохранить вышеуказанное свойство ортогональности.

В матрице ДФЭ могут быть получены одинаковые столбцы. Их наличие в матрице планирования показывает, что при уменьшающемся количестве уравнений нельзя вычислить все неизвестные коэффициенты независимо друг от друга.

Планы ДФЭ обладают достоинством, что если построенный на основе ДФЭ полином не удовлетворяет требованиям по точности, то план ДФЭ легко можно поэтапно достроить до плана ПФЭ, чтобы сформировать более точный полином, не теряя информацию предыдущих опытов.

**Примеры работы программы**

**1. ПФЭ**

В данной лабораторной работе входными параметрами системы (факторами) являются параметры СМО:

1. интенсивность потока генератора;
2. интенсивность потока обработки;
3. стандартное отклонение потока обработки.

Поскольку добавится второй генератор, число факторов увеличится до 6:

1. – интенсивность генерации заявок первого генератора;
2. – интенсивность генерации заявок второго генератора;
3. – интенсивность обработки заявок первого обслуживающего аппарата;
4. – интенсивность обработки заявок второго обслуживающего аппарата;
5. – стандартное отклонение первого обслуживающего аппарата;
6. – стандартное отклонение второго обслуживающего аппарата.

Значения факторов и варьируются от 0.2 до 0.7, факторов и – от 0.8 до 2, факторов и – от 3 до 7.

Для 6 факторов потребуется провести 64 эксперимента.

Коэффициенты вычисляются по формуле

**2. ДФЭ**

Уменьшим число экспериментов с помощью реплики ПФЭ. Пусть полуреплику (32 опыта) на генерирующем соотношении

Обобщающий контраст:

Совместные оценки:

На основе полученных совместных оценок можно сделать вывод, что матрица планирования будет содержать одинаковые столбцы ((b4 и b56) и (b5 и b46)).

В большинстве случаев более близкую к экспериментальным значениям оценку частично нелинейная модель.